

A área triangular formada pelos eixos e pela
tangente a $x^3 + 7$ no ponto $(1,8)$

8 de maio de 2023

Exercício. Seja L a reta tangente ao gráfico de $f(x) = x^3 + 7$ no ponto $(1,8)$.
Encontre a área do triângulo formado por L e pelos eixos x e y . $\square$

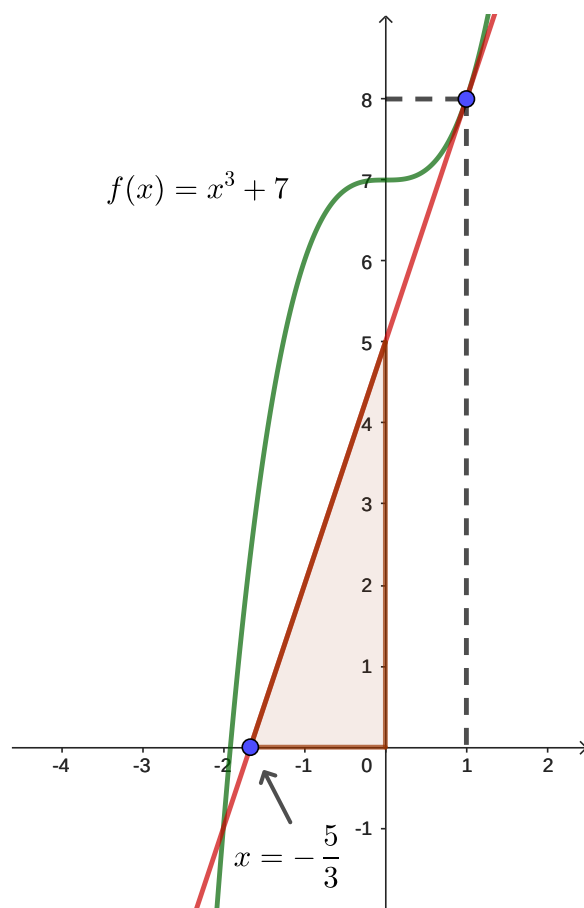


Figura 1: O triângulo formado pelos eixos e pela tangente a $x^3 + 7$ no ponto $(1,8)$.

Solução. O problema pede pela área do triângulo formado pelos eixos e pela reta tangente à curva $x^3 + 7$ no ponto $(1,8)$ — que é a reta chamada de L . Vamos precisar da equação de L pra saber onde ela encontra os eixos. Começemos por obter a inclinação da reta. A inclinação é dada pela derivada de $f(x)$, que é $f'(x) = 3x^2$.

No ponto $(1,8)$, essa inclinação é $f'(1) = 3$. Usando a forma ponto-inclinação de uma reta, obtemos a equação de L , que é $y - 8 = 3(x - 1) \iff y = 3x + 5$.

Com a equação de L , podemos saber onde ela intersecta os eixos. Ela intersecta o eixo y quando $x = 0$, ou seja, intersecta o eixo y na altura $y = 5$. Similarmente, ela intersecta o eixo x no ponto $(-5/3, 0)$, que é o que obtemos solucionando $0 = 3x + 5$.

Agora dá pra ver que L forma um triângulo no segundo quadrante do plano cartesiano, como mostra a Figura 1. Já temos também a base e a altura desse triângulo. A base tem tamanho $5/3$ e a altura, 5 . Logo, a área é

$$\frac{5}{3} \times 5 \times \frac{1}{2} = \frac{25}{6}.$$